

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
HEIDELBERG



Heidelberger Texte zur Mathematikgeschichte

- Autor: **Eneström, Gustaf** (1852–1923)
- Titel: **Wie kann die weitere Verbreitung unzuverlässiger mathematisch-historischer Angaben verhindert werden?**
- Quelle: Bibliotheca Mathematica.
3. Folge, 13. Bd (1912/13)
Seite 1 – 13.
Signatur UB Heidelberg: L 15-7::3.F:13.1912-13

Der Aufsatz wendet sich hauptsächlich gegen die „Vorlesungen über Geschichte der Mathematik“ von MORITZ CANTOR. Der Autor sieht in den zahlreichen Ungenauigkeiten des Werkes nicht nur belanglose Irrtümer, sondern schwerwiegende systematische Fehler. So bemerkt er auf S. 4:

„Bei der fortgesetzten Untersuchung entdeckte ich auch den Grund, warum in den *Vorlesungen* systematische Fehler vorkommen mußten. Die mathematischen Kenntnisse CANTORS waren offenbar so oberflächlich und lückenhaft gewesen, daß sie nicht für einen Bearbeiter der Geschichte der mathematischen Theorien genügen konnten, und abgesehen von gewissen besonderen Gebieten hatte es ihm auch an gründlichen mathematisch-historischen Kenntnissen gefehlt. Hierzu kam noch eine andere offenbare Fehlerquelle, nämlich die unbefriedigende Arbeitsmethode CANTORS, wodurch er oft zu falschen Behauptungen geführt wurde, auch wenn weder mathematische noch mathematisch-historische Kenntnisse durchaus nötig waren.“

BIBLIOTHECA MATHEMATICA.

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE
DER
MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN.

HERAUSGEGEBEN

VON

GUSTAF ENESTRÖM
IN STOCKHOLM.

3. FOLGE. DREIZEHNTER BAND.

MIT DEM BILDNIS VON J. L. LAGRANGE ALS TITELBILD
SOWIE EINER FAKSIMILETAFEL UND 55 TEXTFIGUREN.



LEIPZIG,

DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.

1912—1913.

Wie kann die weitere Verbreitung unzuverlässiger mathematisch-historischer Angaben verhindert werden?

Von G. ENESTRÖM in Stockholm.

Im Leitartikel des vorhergehenden Bandes¹⁾ habe ich gewisse Maßregeln erwähnt, die meiner Ansicht nach ergriffen werden sollten, um zu vermeiden daß die Darstellungen der Geschichte der Mathematik neue unzuverlässige Angaben bringen werden; in betreff der schon vorhandenen Angaben dieser Art bemerkte ich nur,²⁾ daß sie früher oder später verbessert werden. Indessen kann es für die wissenschaftliche Forschung nicht gleichgültig sein, ob man noch lange Zeit ertragen muß, daß zahlreiche unzuverlässige Notizen in den mathematisch-historischen Handbüchern vorkommen, und aus diesem Grunde habe ich vor einigen Jahren³⁾ eine kritische Nachprüfung der Angaben, die diese Handbücher bringen, empfohlen. Prinzipiell dürfte gegen diesen Vorschlag nichts einzuwenden sein; andererseits kann man mit Recht bemerken, daß die Nachprüfung nur sehr langsam ausgeführt werden wird, wenn man nicht versucht, sie durch ganz besondere Anordnungen zu beschleunigen. Die nächste Frage wird nun sein: „Lohnt es wirklich der Mühe, solche Anordnungen zu treffen?“ Auch mit dieser Frage habe ich mich früher, hauptsächlich wegen ihrer methodologischen Bedeutung beschäftigt⁴⁾; hier werde ich dieselbe von einem anderen Gesichtspunkte aus in Betracht ziehen.

Zuerst dürfte klar sein, daß es Fälle gibt, in denen das Vorhandensein unrichtiger mathematisch-historischer Angaben recht bedeutungslos ist. Beispielsweise hat J. BOYER in seiner *Histoire des mathématiques* (Paris 1900)

1) G. ENESTRÖM, *Über die Bedeutung von Quellenstudien bei mathematischer Geschichtsschreibung*; *Biblioth. Mathem.* 12₃, 1911/12, S. 12—14.

2) G. ENESTRÖM, a. a. O. S. 11.

3) G. ENESTRÖM, *Über kritische Behandlung der Geschichte der Mathematik*; *Biblioth. Mathem.* 9₈, 1908/9, S. 11—12.

4) G. ENESTRÖM, *Über kritische Behandlung der Geschichte der Mathematik*; *Biblioth. Mathem.* 9₈, 1908/9, S. 8—9.

eine beträchtliche Zahl solcher Angaben gebracht, aber meiner Erfahrung nach sind die Fehler bisher unschädlich gewesen, und es ist kaum zu befürchten, daß sie künftighin wiederholt werden. Als etwas gefährlicher könnten vielleicht die Ungenauigkeiten gewisser anderer Handbücher kleineren Umfangs betrachtet werden und eine Verbesserung derselben wäre natürlich immer wünschenswert, aber für diesen Zweck dürfte es in den meisten Fällen genügen, durch Rezensionen oder auf andere ähnliche Weise auf die Fehler aufmerksam zu machen. Ein entsprechendes Verfahren möchte ich auch in betreff der unrichtigen Angaben, die hier und da in gewissen mathematisch-historischen Monographien vorkommen, empfehlen.

Ganz anders liegt die Sache in betreff der größeren mathematisch-historischen Handbücher, die noch allgemein benutzt werden, und da die CANTORSchen *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* die bisher umfangreichste Darstellung des Gegenstandes bieten, muß man in erster Linie versuchen, die weitere Verbreitung der darin vorkommenden Fehler zu verhindern. Daß diese Fehler besonders gefährlich sind, versteht man ja leicht, da man weiß, daß CANTOR lange Zeit eine leitende Stellung als Historiker der Mathematik eingenommen hat und überdies (ob nicht in erster Linie wegen seiner mathematisch-historischen Schriften?) Professor der Mathematik an einer deutschen Staatsuniversität geworden ist. Die Wirkung der Fehler könnte man beseitigen entweder durch Herausgabe eines besonderen Bandes, der die nötigen Verbesserungen, soweit möglich, vollständig enthielte, oder dadurch, daß man allmählich gelegentliche Berichtigungen von Sachkundigen an einer allen Fachgenossen leicht zugänglichen Stelle unterbrächte. Das erste Verfahren setzt indessen voraus, daß es Fachgenossen gäbe, die sich der großen Mühe unterziehen wollten, die drei Bände der *Vorlesungen* Seite für Seite durchzuarbeiten und mit den von CANTOR benutzten Quellen genau zu vergleichen; bis auf weiteres dürfte darum das zweite Verfahren das einzige praktisch anwendbare sein.

Diese Überlegung veranlaßte mich, als ich 1899 die dritte Folge der Bibliotheca Mathematica vorbereitete, für jedes Heft der Zeitschrift eine Abteilung „Kleine Bemerkungen zu CANTORS Vorlesungen über Geschichte der Mathematik“ in Aussicht zu stellen. Ich hatte schon selbst eine nicht unerhebliche Zahl von Ungenauigkeiten der CANTORSchen Arbeit notiert und ich war überzeugt, daß meine Fachgenossen auch viele nicht von mir notierte Stellen verbessern könnten. Andererseits war ich damals nicht in der Lage, direkt zu entscheiden, ob die Fehler der *Vorlesungen* verhältnismäßig zahlreich oder selten waren. Teils hatte ich vor 13 Jahren wenig Zeit zu meinen mathematisch-historischen Forschungen und diese Zeit wollte ich in erster Linie gewissen selbständigen Untersuchungen widmen; aus diesem Grunde hatte ich die drei CANTORSchen Bände noch nicht

vollständig durcharbeiten können. Teils war mir die Literatur, die ich nötig hätte, um die Richtigkeit der CANTORSchen Angaben zu prüfen, nur sehr unvollständig zugänglich, und endlich war ich noch von der damals allgemein verbreiteten Auffassung¹⁾, die *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* seien ein wirkliches „Standard work“, beeinflusst. Ich mußte darum geneigt sein, anzunehmen, daß die Zahl der Fehler der *Vorlesungen* verhältnismäßig recht gering wäre, und daß sie als zufällige Fehler zu betrachten wären.

Ich unterbreche jetzt meine Erzählung, um an einem Beispiel zu erläutern, was ich mit „zufälligen Fehlern“ im Gegensatz zu „systematischen Fehlern“ meine.

In seiner *Geschichte der Mathematik* hat H. WIELEITNER²⁾, nachdem er einen Artikel von EULER über Primzahlen in den *Nouveaux mémoires de l'académie des sciences de Berlin* 1776 (gedruckt 1779) erwähnt, hinzugefügt, daß EULER „10 Jahre später allgemeine Kennzeichen gegeben hat, um zu entscheiden, ob eine vorgelegte Zahl Primzahl ist oder nicht“, und dabei auf eine Abhandlung in den *Nova acta academiae scientiarum Petropolitanae* 14 (1797/8, gedruckt 1805) hingewiesen. Diese Angabe wurde in einer Besprechung³⁾ von E. LÖFFLER als schlecht redigiert bezeichnet, weil EULER schon 1783 gestorben sei und also nicht 10 Jahre nach 1776 eine wissenschaftliche Untersuchung ausführen könnte. Natürlich ist die Bemerkung LÖFFLERS als Ausstellung gegen WIELEITNER richtig, anderseits hat LÖFFLER selbst einen kleinen Fehler begangen, indem er ohne weiteres annimmt, daß der Artikel von EULER aus dem Jahre 1776 herrührt, während in Wirklichkeit der Titel des Artikels: *Extrait d'une lettre de M. EULER à M. BEGUELIN, en Mai 1778* lautet. Diesen kleinen Fehler von LÖFFLER nenne ich einen zufälligen Fehler; die Frage, ob der Artikel von EULER 1776 oder 1778 verfaßt wurde, ist nämlich in diesem Falle bedeutungslos, und es ist anzunehmen, daß das Übersehen, das sich LÖFFLER zuschulden kommen ließ, eben von diesem Umstand abhängt. Auch bei WIELEITNER kommt indessen, abgesehen von der schlechten Redaktion, ein Fehler vor, denn die 1805 gedruckte Abhandlung von EULER war schon im März 1778, also vor dem Briefe an BEGUELIN fertig, so daß die Worte „10 Jahre später“ durchaus unrichtig sind. Auch diesen Fehler betrachte ich als „zufällig“, weil er davon beeinflusst sein dürfte, daß die ganze Frage für die Darstellung bedeutungslos ist, und weil ich bei der Durchsicht der WIELEITNERSchen Arbeit zu der Auffassung gekommen bin, daß ähnliche Fehler darin nur ausnahmsweise vorkommen. Wie leicht man bei der Anfertigung einer größeren Arbeit einen Fehler dieser Art begehen kann, weiß ich übrigens aus meiner eigenen Erfahrung.

Aus dem soeben Gesagten folgt, daß „zufällige Fehler“ meiner Ansicht nach in „systematische Fehler“ übergeben können, wenn sich die Fehler auf sehr wichtige Fragen

1) Wer genaue Auskunft über diese Auffassung wünscht, soll den STÄCKELschen Bericht über die CANTORSchen *Vorlesungen* in den Göttingischen gelehrten Anzeigen 1900, S. 251—264 lesen. Dieser Bericht ist noch wegen der von STÄCKEL eingefügten scharfsinnigen Bemerkungen über gewisse mathematisch-historische Fragen zu empfehlen, aber ich wollte wetten, daß STÄCKEL selbst nunmehr seine unbedingt lobenden Aussprüche über die *Vorlesungen* nicht gutheißen wird.

2) H. WIELEITNER, *Geschichte der Mathematik. II. Teil. Von CARTESIUS bis zur Wende des 18. Jahrhunderts*, Leipzig 1911, S. 81.

3) Archiv der Mathem. 20₃, 1912, S. 168.

beziehen, oder wenn Fehler ebenderselben Art bei einem Verfasser wiederholt vorkommen. Besonders ist es nach meinem Dafürhalten bedenklich, aus einer Angabe eine für die Darstellung wichtige Folgerung zu ziehen, ohne genau untersucht zu haben, ob die Angabe wirklich richtig sei, während ich als verzeihlich — allerdings nicht als empfehlenswert — betrachte, in betreff einer durchaus bedeutungslosen Frage eine nicht ganz korrekte Notiz zu geben.

Ich setze jetzt meine oben abgebrochene Erzählung fort, indem ich wiederhole, daß ich 1899 die Fehler der CANTORSCHEN *Vorlesungen* wesentlich als zufällige Fehler betrachtete. Aus diesem Grunde stellte ich als Ziel meiner „Kleinen Bemerkungen“ die einfache Verbesserung dieser zufälligen Fehler auf und ich berechnete, daß anfangs in jedem Heft der *Bibliotheca Mathematica* nur einige Seiten und nach einigen Jahren vielleicht nur ein paar Seiten dafür nötig sein würden.

Im Laufe der folgenden Jahre veränderte sich allmählich meine Auffassung. Ich bekam mehr Zeit für mathematisch-historische Untersuchungen, ich konnte mir den wichtigsten Teil der von CANTOR benutzten Schriften verschaffen und ich hatte wiederholt Anlaß nachzusehen, welche Auskunft die *Vorlesungen* über besondere mathematisch-historische Fragen brachten. Ich fand dabei zu meiner Überraschung, daß die unzuverlässigen Angaben so zahlreich waren, daß sie kaum als zufällige Fehler gelten konnten. Bei der fortgesetzten Untersuchung entdeckte ich auch den Grund, warum in den *Vorlesungen* systematische Fehler vorkommen mußten. Die mathematischen Kenntnisse CANTORS waren offenbar so oberflächlich und lückenhaft gewesen, daß sie nicht für einen Bearbeiter der Geschichte der mathematischen Theorien genügen konnten, und abgesehen von gewissen besonderen Gebieten hatte es ihm auch an gründlichen mathematisch-historischen Kenntnissen gefehlt. Hierzu kam noch eine andere offenbare Fehlerquelle, nämlich die unbefriedigende Arbeitsmethode CANTORS, wodurch er oft zu falschen Behauptungen geführt wurde, auch wenn weder mathematische noch mathematisch-historische Kenntnisse durchaus nötig waren. Zu welchen Ergebnissen man durch diese Arbeitsmethode kommen kann, habe ich an vielen Stellen der „Kleinen Bemerkungen“ nachgewiesen; hier werde ich einen neuen Beleg dafür geben.

In dem CANTORSCHEN Berichte über den NEWTON-LEIBNIZSCHEN Prioritätsstreit kommt¹⁾ folgender Passus vor:

Das Stärkste, was gegen LEIBNIZ als gestattet galt, sollte bald folgen. Im Januar 1715 brachte Nr. 342 der P. T. einen langen Bericht über das *Commercium epistolicum*. Zu den Beschuldigungen, welche, theils offen theils versteckt, in jenem Buche enthalten waren, traten neue. Der zweite NEWTONSCHE Brief vom 24. Oktober 1676 habe zu Ende des gleichen Monats oder am Anfang November LEIBNIZ in London vorgelegen.

1) M. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* 3², Leipzig 1901, S. 318–319.

Da CANTOR die Behauptung, die er „Beschuldigung“ nennt, selbst durch gesperrte Schriften besonders hervorgehoben hat, und da er den Absatz mit den Worten: „Das Stärkste . . . sollte bald folgen“ beginnt, ist klar, daß er die fragliche Behauptung als für LEIBNIZ sehr herabsetzend betrachtet. Über die Seite der *Philosophical transactions*, wo die Behauptung sich befindet, gibt CANTOR gar keine Auskunft, obgleich der Bericht, wie er selbst erwähnt, recht lang (52 Seiten) ist, aber er verweist¹⁾ auf die entsprechende Stelle der „*Recensio libri*“ vom Jahre 1722, die wesentlich eine lateinische Übersetzung des englischen Berichtes ist. Diese Stelle lautet²⁾:

Haec NEWTONI epistola data 24 Octob. 1676, in fine mensis illius vel initio sequentis visa est LEIBNITIO Londini; ejusque exemplar Hanoveriae ei obtigit initio veris insequentis,

und wenn man die entsprechende Stelle der *Philosophical transactions* aufsucht, findet man die Worte³⁾:

This letter of Mr. NEWTON's dated Octob. 24. 1676, came to the hands of Mr. LEIBNITZ in the end of the winter or beginning of the spring following.

Die Behauptung, die CANTOR so kräftig beanstandet, kommt also in der Nummer der *Philosophical transactions*, um die es sich handelt, gar nicht vor!

Vielleicht könnte der Nichtsachkundige geneigt sein, einzuwerfen, daß der hier von mir hervorgehobene Umstand recht bedeutungslos sei, da die sogenannte „Beschuldigung“ tatsächlich in der lateinischen Übersetzung stehe, so daß es sich bei CANTOR eigentlich nur um eine rein stilistische Ungenauigkeit handelt, die durch Änderung einiger Worte verbessert werden könne. In betreff dieses Einwurfes bemerke ich erst, daß er vielleicht bis zu einem gewissen Grade gebilligt werden könnte, wenn die Ungenauigkeit für die historische Darstellung durchaus belanglos gewesen wäre. Wenn z. B. in der „*Recensio libri*“ überall „Lübnits“ statt LEIBNIZ gestanden hätte und wenn CANTOR, ohne den Bericht vom Jahre 1715 einzusehen, behauptet hätte, diese Verstümmelung des Namens stehe auch dort, so wäre es vielleicht möglich gewesen, die Ungenauigkeit als „zufälligen Fehler“ zu bezeichnen. Allein in Wirklichkeit zieht CANTOR aus seiner unrichtigen Angabe eine wichtige Folgerung, und wie ich bei der Erläuterung der Bedeutung des Ausdruckes: „zufälliger Fehler“ bemerkt habe, muß man hier von einem „systematischen Fehler“ sprechen. Beiläufig mache ich darauf aufmerksam, daß die stilistische Verbesserung der CANTORschen Darstellung nicht so einfach ist, als man glauben könnte; CANTOR gibt nämlich in chronologischer Ordnungsfolge über die Aktenstücke des Prioritätsstreits Auskunft und der Bericht der *Philosophical transactions* wird schon S. 318, die „*Recensio libri*“ dagegen S. 326 behandelt.

Ich habe jetzt in Betracht gezogen, wie der CANTORSche Fehler von nicht sachkundigem Gesichtspunkte aus beurteilt werden sollte; noch ungünstiger muß das Urteil des sachkundigen Lesers werden. Wenn die von CANTOR beanstandete Behauptung wirklich schon am Anfange der Jahres 1715 ausgesprochen worden wäre, hätte man einen gewissen Anlaß gehabt, sie eine unbestätigte „Beschuldigung“ zu nennen. NEWTON war ja nicht zugegen, als LEIBNIZ Ende Oktober 1676 in London COLLINS besuchte, und seine Angabe könnte er wohl am Anfange des Jahres 1715 nur aus einer alten

1) CANTOR, a. a. O. S. 319, Fußnote 1.

2) *Commercium epistolicum J. COLLINS et aliorum de analysi promota*, publ. par J. B. BIOT et F. LEFORT, Paris 1856, S. 25.

3) *Philosophical transactions* [of the Royal society] 29 (1714/6), S. 194.

brieflichen Mitteilung von COLLINS entnommen haben. Allein als COLLINS 1683 starb, gab es noch keinen Prioritätsstreit, und es ist darum nicht besonders wahrscheinlich, daß COLLINS seinem Freunde in Cambridge mit peinlichster Genauigkeit über die Umstände, die mit dem Besuche LEIBNIZS verbunden waren, Bericht erstattet hätte. Ganz anders lag die Sache im Jahre 1722, als die „*Recensio libri*“ erschien. Am Ende des Jahres 1715 hatte nämlich LEIBNIZ selbst in einem Briefe an CONRI indirekt zugegeben, daß er 1676 bei COLLINS den NEWTONSchen Brief vom 24. Oktober 1676 gesehen hatte.¹⁾ Was im Jahre 1715 möglicherweise eine „Beschuldigung“ hätte genannt werden können, war mithin im Jahre 1722 eine von LEIBNIZ selbst bestätigte Angabe, und jetzt sieht man unmittelbar ein, zu welchem schlechten Ergebnis die unbefriedigende CANTORSche Arbeitsmethode in diesem Falle geführt hat.

Da es sich also herausstellte, daß die unzuverlässigen Angaben der CANTORSchen *Vorlesungen* teils überaus zahlreich waren, teils nicht zufällige Fehler genannt werden konnten, sondern als Ergebnisse einerseits der mangelhaften Arbeitsmethode, anderseits der unzureichenden Kenntnisse des Verfassers zu betrachten waren, mußte die Aufgabe der „*Kleinen Bemerkungen*“ auch eine andere werden. Jetzt genügte es nicht mehr, die Fehler ganz einfach zu berichtigen, sondern die Aufmerksamkeit der Fachgenossen mußte gleichzeitig darauf gerichtet werden, daß die Angaben der *Vorlesungen* nur mit größter Vorsicht benutzt und immer, soweit möglich, kontrolliert werden sollten, bevor sie weiter verbreitet wurden. Allein in betreff einer Arbeit, die lange Zeit als ein „*Standard work*“ betrachtet worden war, konnte die neue Aufgabe der „*Kleinen Bemerkungen*“ nicht ohne eine wesentliche Modifikation derselben erledigt werden. Darum wurde nunmehr in zahlreichen Fällen angegeben, welche Quellen CANTOR zur Verfügung gestanden hatten, und hervorgehoben, wie oberflächlich oder nachlässig er sich dieser Quellen bedient hatte; in vielen Fällen wurde darauf hingewiesen, wie wenig seine Kenntnisse genügten, um die von ihm zuversichtlich ausgesprochenen Urteile begründen zu können, und wie schief diese Urteile darum oft ausfallen mußten.

Wie wesentlich die ursprüngliche Form der „*Kleinen Bemerkungen*“ auf diese Weise modifiziert werden mußte, werde ich an der Bemerkung²⁾ über den 10. Satz des 2. Buches der NEWTONSchen *Principia* erläutern.

Nach einigen einleitenden Worten wird der betreffende Passus der *Vorlesungen* wörtlich abgedruckt und dann werden aus den Schriften, die CANTOR wiederholt benutzt hat, mehrere Stellen zitiert, aus denen er sofort richtige Auskunft über den Gegenstand hätte bekommen können. Weiter wird darauf hingewiesen, daß die zweite Ausgabe der *Principia* wirklich in betreff des fraglichen Satzes einen anderen Text als die erste bringt, und daß dieser Text nachträglich durch Neudruck einiger schon gedruckter Seiten jener Auflage eingeschaltet worden ist. Ferner wird dargelegt, wor-

1) Siehe *Den Briefwechsel von G. W. LEIBNIZ mit Mathematikern*, herausgeg. von C. I. GERHARDT 1, Berlin 1899, S. 264; vgl. *Biblioth. Mathem.* 11₃, 1910/11, S. 265–267.

2) CANTOR, a. a. O. S. 316; vgl. *Biblioth. Mathem.* 11₃, 1910/11, S. 262–265.

auf die fehlerhafte Lösung der ersten Auflage wirklich beruhte und zuletzt werden einige Bemerkungen über die Bedeutung der fehlerhaften Darstellung bei CANTOR hinzugefügt. Untersucht man nun, wie die Bemerkung nach dem ursprünglichen Plan ausgesehen hätte, so findet man, daß in diesem Falle wenigstens $\frac{2}{3}$ hätten gestrichen werden können; die Bemerkung nimmt jetzt mehr als 3 Druckseiten in Anspruch, von denen etwas mehr als 2 Druckseiten auf die neue Form kommen. Nun gibt es ja viele Fachgenossen, die die Bibliotheca Mathematica zu Rate ziehen, nur um richtige Auskunft über mathematisch-historische Gegenstände zu bekommen, und diese würden entschieden die kürzere Form der Bemerkung vorziehen; auch für mich selbst wäre es sowohl angenehmer, wie bequemer, diese Form zu benutzen. Allein die neue Form ist, wie ich oben hervorgehoben habe, für einen ganz bestimmten Zweck gewählt worden, so daß die Ungelegenheiten derselben bis auf weiteres unvermeidlich sind.

Daß die neue Form der „Kleinen Bemerkungen“ im Grunde polemisch ist, geht ja schon aus ihrem Zweck hervor, und es lag nahe, in Erwägung zu ziehen, ob dieser Zweck nicht noch besser erreicht sein würde, wenn man das polemische Moment auch durch die Ausdrucksweise hervorhobe. Ein solches Verfahren könnte um so angebrachter erscheinen, als CANTOR selbst bei seinen Urteilen starke Ausdrücke benutzt hat, sogar wenn dadurch das Urteil durchaus schief geworden ist. Ich erinnere beispielsweise an seinen Ausspruch „freche Lüge“¹⁾ in betreff einer ungenauen Angabe der Herausgeber des *Commercium epistolicum*, welche Angabe höchst wahrscheinlich auf einer unabsichtlichen Verwechslung zweier Aktenstücke mit ungefähr demselben Inhalt beruht. Ich erinnere weiter an das im wesentlichen schiefe Urteil CANTORS über die historischen Notizen der Algebra von WALLIS: „Es ist überhaupt kein geschichtlicher Theil, sondern eine von englischem übermäßigem Nationalstolze beeinflusste Parteischrift.“²⁾ Ich erinnere endlich an gewisse Stellen des CANTORSchen Berichtes über NEWTON als Mathematiker und Mensch³⁾, wodurch CANTOR ohne jeden wirklichen Grund NEWTON nicht nur als einen recht schlechten Mathematiker, sondern überdies als Lügner und Fälscher erscheinen läßt. Wenn man an diese und ähnliche schiefe Urteile denkt und sich gleichzeitig der alten Regel: „similia similibus curantur“ erinnert, könnte man vielleicht geneigt sein, zu empfehlen, daß das polemische Moment der „Kleinen Bemerkungen“ auch durch die Ausdrucksweise ersichtlich sein würde. Indessen gehören meiner Ansicht nach Aussprüche wie die oben erwähnten CANTORSchen nicht in eine wissenschaftliche Untersuchung und ich habe darum von der Anwendung der oben zitierten lateinischen Regel Abstand genommen. Nur in betreff einer kleinen Zahl der CANTORSchen Angaben habe ich Ausdrücke wie „verblüffend“, „überraschend“, „auffällig“ usw. angewandt oder den Unterschied

1) CANTOR, a. a. O. S. 327; vgl. Biblioth. Mathem. 11₃, 1910/11, S. 83—84

2) CANTOR, a. a. O. S. 4; vgl. Biblioth. Mathem. 12₃, 1911/12, S. 69—73, 159.

3) CANTOR, a. a. O. 171—173, 175, 316, 318—320, 326; vgl. Biblioth. Mathem. 11₃, 1911/12, S. 172—173, 253—255, 262—269, 349.

zwischen CANTOR und wirklich sachkundigen Historikern der Mathematik hervorgehoben.

Daß die neue Form der „Kleinen Bemerkungen“ nicht unnütz gewesen ist, habe ich schon mehr als einmal Gelegenheit gehabt zu konstatieren; hier teile ich einen Beleg dafür mit. Ein Mitarbeiter der *Bibliotheca Mathematica*, der eigentlich Mathematiker ist und als Historiker ausschließlich die Geschichte des 19. Jahrhunderts behandelt, mithin keinen Anlaß gehabt hat, für seine historischen Arbeiten die CANTORSchen *Vorlesungen* zu Rate zu ziehen, hatte vor einiger Zeit in einer nicht mathematischen Zeitschrift eine ungenaue Angabe von CANTOR über die Geschichte der älteren Mathematik wiederholt und dabei seinen Gewährsmann als eine Autorität ersten Ranges hervorgehoben. Ich machte den fraglichen Mitarbeiter darauf aufmerksam, daß er in diesem Falle von CANTOR irregeführt worden sei, deutete an, daß die Angaben von CANTOR nur mit großer Vorsicht benutzt werden sollten und verwies dabei auf die „Kleinen Bemerkungen“ der *Bibliotheca Mathematica*. Nachdem der Mitarbeiter sich meines Verweises bedient hatte, schrieb er mir: „Sie haben uns unseres mathematisch-historischen Gottes beraubt“, und ich bin überzeugt, daß er nicht mehr dazu beitragen wird, die unzuverlässigen CANTORSchen Behauptungen weiter zu verbreiten. Andererseits gibt es leider noch mathematisch-historische Verfasser, die daran festhalten, daß die CANTORSchen *Vorlesungen* eine Arbeit ersten Ranges seien, und um dies zu begründen, ist sogar eine besondere Theorie ausgesonnen worden. Daß die CANTORSchen *Vorlesungen* eine sehr große Zahl von Angaben bringen, die als unrichtig nachgewiesen sind, wagt man nicht in Abrede zu stellen; ausschlaggebende Belege hierfür befinden sich ja in den „Kleinen Bemerkungen“. Allein diese Tatsache drückt man durch die verschönernde Umschreibung, die Arbeit sei „verbesserungsfähig“, aus. Andererseits stellt man ohne weiteres den Satz auf, daß die CANTORSchen Angaben als Resultate der neuesten mathematisch-historischen Forschung zu betrachten sind, bis richtigere Resultate im Druck vorliegen. Man betrachtet also die *Vorlesungen* gewissermaßen als ein Gesetzbuch, dessen Vorschriften gelten müssen, bis sie von besseren Vorschriften ersetzt worden sind.

Ob diese Theorie ursprünglich von CANTOR selbst herrührt, weiß ich nicht, aber ich bin überzeugt, daß sie wesentlich mit seiner eigenen Auffassung übereinstimmt. Soviel ich verstehe, existiert für CANTOR der Begriff „exakte mathematisch-historische Forschung“ gar nicht¹⁾, und für ihn ist

1) Es scheint auch eine — allerdings sehr billige — Theorie zu geben, die den Zweck hat, die Nichtexistenz einer besonderen exakten mathematisch-historischen Forschung darzulegen. Diese Theorie dürfte auf folgende Weise formuliert werden können: „Alles, was menschlich ist, ist unvollkommen und besonders findet dieses in betreff historischer Angaben statt; mithin gibt es auch nicht eine absolut exakte mathe-

dieser Ausdruck sicherlich ebenso sinnlos, als ob man von einer „exakten Romanschreibung“ oder von einer „exakten Malerei“ sprechen wollte. Als Beleg dürften die folgenden Zeilen dienen können, die in einem vor 10 Jahren von CANTOR verfaßten Artikel sich befinden¹⁾:

Si duo faciunt idem non est idem sagten... die Alten, die Neuzeit spricht vom Rechte der Individualität. Jeder malt, baut, komponiert, denkt, schreibt wie seine Begabung es fordert. Wohl gibt es Regeln, denen die Lebenden einer Zeitperiode sich zu fügen mehr oder weniger stillschweigend übereingekommen sind, aber diese Regeln sind meistens Verbote, nicht Gebote, und sie gelten genau so lang wie auf ewige Zeit geschlossene Staatsverträge, nämlich bis sie gebrochen und damit abgeschafft werden.

Was folgt nun aus dem soeben Geäußerten für die Behandlung der Geschichte der Mathematik? Ich denke, man kann zweierlei folgern. Erstlich ist das höchste erreichbare Ziel nur, daß schon vorhandene Leistungen durch das neu Gebotene übertroffen werden. Zweitens kann jeder nur so schreiben, wie seine Individualität es mit sich bringt.²⁾

mathematisch-historische Forschung und der angebliche Unterschied zwischen dieser und der dilettantenmäßigen Arbeit wird hinfällig.“ Auf Grund dieser Theorie wird es leicht nachzuweisen, daß das Verfahren der „Kleinen Bemerkungen“ nur zu einem fast wertlosen „regressus in infinitum“ führt. Die „Kleinen Bemerkungen“, die die CANTORSCHEN Angaben berichtigen sollen, können natürlich nicht absolut zuverlässig sein, sondern erfordern selbst gewisse Verbesserungen, diese Verbesserungen ferner neue Berichtigungen usw. usw. ins Unendliche. Wenn man einwerfen wollte, daß es dennoch bei der Korrektur eines Druckbogens ein großer Gewinn ist, daß 1000 Druckfehler berichtigt werden, auch wenn der Setzer dabei 10 neue Druckfehler einführt, würde dieser Einwurf sicherlich keine Wirkung auf die Vertreter der Theorie haben. Übrigens rührt die Theorie offenbar von Personen her, deren allgemeine Bildung recht mangelhaft ist; die Begründung des Unwertes der „Kleinen Bemerkungen“ ist ja wesentlich dieselbe, deren sich der griechische Philosoph bediente, um die Unmöglichkeit jeder Bewegung zu beweisen.

1) M. CANTOR, *Wie soll man die Geschichte der Mathematik behandeln?* Biblioth. Mathem. 4., 1903, S. 114.

2) Es ist nicht ohne Interesse, die oben abgedruckten CANTORSCHEN Ausführungen mit den wenig schonenden Urteilen der *Vorlesungen* hinsichtlich der Schriften gewisser älterer mathematisch-historischer Verfasser, z. B. DECHALES (siehe CANTOR, *Vorlesungen* 3², S. 5 Z. 17—22; vgl. Biblioth. Mathem. 10., 1909/10, S. 269—270), STOCKHAUSEN (siehe CANTOR, *Vorlesungen* 3², S. 500 Z. 11—19; vgl. Biblioth. Mathem. 11., 1910/11, S. 84—87) und besonders WALLIS (siehe oben S. 7) zusammenzustellen. CANTOR leugnet ja sogar, daß die *Algebra* von WALLIS historisch sei, obgleich auf dem Titelblatte: „both historical and practical“ steht und die Arbeit tatsächlich ganze Kapitel bringt, die ausschließlich historischen Inhalts sind. In Wirklichkeit ist WALLIS gar kein besonders schlechter Historiker, wenn man auf die buchhändlerischen und literarischen Verhältnisse seiner Zeit Bezug nimmt; nur wenn es sich direkt oder indirekt um

Selbstverständlich ist es durchaus unnütz, mit Personen, die eine solche Auffassung haben, über die Zulässigkeit der oben erwähnten Theorie zu verhandeln. Ich bemerke indessen, daß die CANTORSchen Angaben natürlich nicht als Ergebnisse der mathematisch-historischen Forschung gelten können, nachdem dargelegt worden ist, daß sein Vorstudium allzu ungenügend, seine Arbeitsmethode allzu mangelhaft gewesen ist, um auch die größten Irrtümer zu vermeiden. Gleichzeitig mache ich darauf aufmerksam, daß die Angaben einer wissenschaftlichen Arbeit nicht mit den Vorschriften eines Gesetzbuches verglichen werden können, wenigstens nicht bevor jene von wirklich sachkundigen Personen genau nachgeprüft worden sind.

Übrigens ist es leicht nachzuweisen, wie unmöglich es sein muß, die ganze Theorie eben auf die CANTORSche Arbeit anzuwenden. Ich werde für diesen Zweck einen besonderen Fall in Betracht ziehen.

Bekanntlich hat NIKOMACHOS in der „Einleitung in die Arithmetik“, einen Satz über Entstehung der Kubikzahlen aus der Summe der ungeraden Zahlen angegeben, der in moderner Zeichensprache

$$\sum_{r=1}^{r=n} (n^2 - n - 1 + 2r) = n^3$$

geschrieben werden kann, und eine fast wörtliche Übersetzung dieses Satzes befindet sich

DESCARTES handelt, wird er sehr unzuverlässig. Allein, vorausgesetzt, daß die CANTORSche Auffassung in betreff des WALLIS richtig wäre, wird man versucht zu fragen: „Warum darf WALLIS sich nicht auf das „Recht der Individualität“ berufen und den Satz: „si duo [d. h. JOHN WALLIS und MORITZ CANTOR] faciunt idem, non est idem“ für sich in Anspruch nehmen? Nach CANTOR konnte ja WALLIS jedenfalls nur so schreiben, wie seine Individualität es mit sich brachte?“ Ein CANTORIANER würde vielleicht antworten: „Das Recht der Individualität ist auf diesem Gebiete nicht durchaus unbegrenzt, sondern bei einer mathematisch-historischen Darstellung müssen die Angaben richtig und die Urteile unparteiisch sein, was nicht hinsichtlich der *Algebra* von WALLIS zutrifft.“ Allein wenn die Antwort so lautet, wird es leicht nachzuweisen, daß man dem Begriffe: „exakte mathematisch-historische Forschung“ schon sehr nahe gekommen ist. Dann müssen nämlich gründliche Kenntnisse und eine richtige Arbeitsmethode vorhanden sein, wenn man die Geschichte der Mathematik schreiben will. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, darf man nicht als Entschuldigung der Fehler darauf hinweisen, daß „jeder nur so schreiben kann, wie seine Individualität es mit sich bringt“. Vielmehr sollte man sich auf solche Gegenstände beschränken, bei deren Behandlung die Kenntnisse und die Arbeitsmethode genügen können, und wenn man wirklich etwas über allgemeine Geschichte der Mathematik schreiben will, sollte man durch den Titel (z. B. „Aus dem Leben der älteren Mathematik. Dichtung und Wahrheit“) deutlich angeben, daß die Arbeit nicht beansprucht, exakte Resultate zu bieten. Im letzteren Falle wäre sogar erlaubt, Erzählungen wie die folgende (siehe *Die Algebra des INITIUS ALGEBRAS*, herausg. von M. CURTZE; Abhandl. zur Gesch. d. mathem. Wiss. 13, 1902, S. 466) einzuführen: „NICHOMACHUS der gross Arismetrist hatte etliche Bucher in Mathematica, die wolten kaufen ARISTEUS vnnnd APOLONIUS; . . . vnd also khamen sie zu BOETIO dem grossen jnterpreten . . .“ Bekanntlich lebte APOLLONIOS im dritten vorchristlichen Jahrhundert, während BOETIUS erst etwa 480 nach Chr. geboren ist, also rund 700 Jahre nach dem Tode des APOLLONIOS.

in der Schrift *De institutione arithmetica* von BOETIUS. Diese Schrift ist seit 1867 durch die FRIEDLEINSche Ausgabe¹⁾ allen Fachgenossen leicht zugänglich und ihr wesentlicher Inhalt muß darum als bekannt betrachtet werden. Überdies hat B. BONCOMPAGNI 1875 in einer Abhandlung²⁾ auf das Vorkommen des Satzes bei BOETIUS aufmerksam gemacht. Aber als 1880 der erste Band der CANTORSchen *Vorlesungen* erschien, fand man darin in betreff des BOETIUS als Zahlentheoretiker folgende Bemerkung³⁾: „Es ist kein ebenbürtiger Bearbeiter, der sich an den griechischen Zahlentheoretiker [d. h. NIKOMACHOS] gewagt hat. Gerade den feinsten arithmetischen Dingen ist er aus dem Wege gegangen. Sein Griechisch reichte aus zur Übersetzung, seine Mathematik nicht“, und als Begründung dieser Bemerkung gibt CANTOR an, daß „unter den weggebliebenen Dingen jener Satz des NIKOMACHOS enthalten ist, der von der Entstehung der Kubikzahlen aus der Summe ungerader Zahlen handelt“. Nun ist die Frage: „War die CANTORSche Bemerkung noch im Jahre 1880 als ein Resultat der mathematisch-historischen Forschung zu betrachten, obgleich jeder Sachkundige ihre Unrichtigkeit sofort ausfindig machen mußte?“ Beantwortet man diese Frage mit Nein, so muß diese Antwort auch in betreff einer Menge der von CANTOR selbst herrührenden unzuverlässigen Angaben gelten. Allein dadurch ist ja nachgewiesen worden, daß die *Vorlesungen* in sehr zahlreichen Fällen nicht die Resultate der mathematisch-historischen Forschung enthalten und ihre Angaben nur mit großer Vorsicht zu benutzen sind. Beantwortet man dagegen die obige Frage mit Ja, so entstehen andere Schwierigkeiten, die kaum beseitigt werden können. Die nächste Frage dürfte dann sein: „Bis zu welchem Zeitpunkte war die CANTORSche Bemerkung vom Jahre 1880 als Resultat der mathematisch-historischen Forschung zu betrachten?“ Die Bemerkung mit der Begründung wurde sowohl in der zweiten⁴⁾ wie in der dritten Auflage⁵⁾ des Bandes unverändert zum Ausdruck gebracht; anderseits hatte P. TANNERY 1902 im Vorübergehen auf das Vorkommen des Satzes bei BOETIUS hingewiesen.⁶⁾ Sollte die CANTORSche Angabe also 1902 aufhören, ein Forschungsergebnis zu sein? Sollte sie dann 1907 bei dem Erscheinen der dritten Auflage noch einmal die Stellung als Forschungsergebnis bekommen und diese Stellung bis auf weiteres behalten?

Man sieht aus diesem Beispiel, daß die Theorie ohne eigentliche Schwierigkeiten auf solche unrichtige Angaben angewendet werden könnte, die schon früher in fast allen mathematisch-historischen Arbeiten vorkamen und deren Unrichtigkeit nicht vor CANTOR nachgewiesen worden war.

Sehr gut paßt die Theorie für formell richtige Angaben (d. h. Angaben, die unter Bezugnahme auf das vorhandene Material als richtig betrachtet werden müssen), die aber durch Entdeckung von neuem Material unrichtig werden. Für neue Angaben, die sowohl formell wie reell unrichtig sind,

1) *De institutione arithmetica libri duo*, ed. G. FRIEDLEIN, Leipzig 1867, S. 136; vgl. *Biblioth. Mathem.* 7₃, 1906/7, S. 283.

2) B. BONCOMPAGNI, *Intorno ad una proprietà de' numeri dispari*; *Bullett. di bibliogr. d. sc. matem.* 8, 1875, S. 54.

3) CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* 1, Leipzig 1880, S. 491.

4) CANTOR, a. a. O. 1², Leipzig 1894, S. 539—540.

5) CANTOR, a. a. O. 1³, Leipzig 1907, S. 580.

6) P. TANNERY, *Sur la sommation des cubes entiers dans l'antiquité*; *Biblioth. Mathem.* 3₃, 1902, S. 257.

und eben diese machen vorzugsweise die CANTORSchen *Vorlesungen* zu einer unzuverlässigen Arbeit, paßt dagegen die Theorie im allgemeinen nicht.

Da der Zweck der neuen Form der „Kleinen Bemerkungen“ also noch nicht vollständig erreicht worden ist, muß diese Form bis auf weiteres beibehalten werden. An Material fehlt es glücklicherweise (oder leider) noch nicht; ich habe berechnet, daß die Verbesserungen der noch nicht behandelten Ungenauigkeiten der *Vorlesungen*, die ich bisher notiert habe, so zahlreich sind, daß ich während der nächsten Zeit etwa 100 „Kleine Bemerkungen“ jährlich veröffentlichen kann.

Bisher habe ich mich ausschließlich mit den CANTORSchen *Vorlesungen* beschäftigt und ich habe am Anfange dieses Artikels angegeben, warum man sie a priori als die gefährlichste Fehlerquelle der mathematisch-historischen Darstellungen betrachten muß. Daß diese Betrachtungsweise richtig ist, dürfte auch a posteriori leicht bestätigt werden können. Beispielsweise würde A. STURM ganz gewiß in seiner kurzen *Geschichte der Mathematik* viele Ungenauigkeiten vermieden haben können¹⁾, wenn er gewußt hätte, wie unzuverlässig die CANTORSche Arbeit ist. Daß in WIELEITNERS *Geschichte der Mathematik* die meisten Unrichtigkeiten der *Vorlesungen* fehlen dürften, beruht auf einem ganz besonderen Umstand und auch nicht WIELEITNER hat gewagt, die Darstellung des NEWTON-LEIBNIZschen Prioritätsstreites, die BRAUNMÜHL aus CANTOR exzerpiert hatte, bei der Drucklegung vollständig zu verbessern, weil er nicht auf eine Darstellung hinweisen konnte, die die unzuverlässigen CANTORSchen Behauptungen berichtigte; darum kommt bei WIELEITNER z. B. die offenbar unrichtige Behauptung vor²⁾, NEWTON habe die Autorschaft des „Account“ abgeleugnet.

In betreff der übrigen Handbücher der Geschichte der Mathematik habe ich schon bemerkt, daß in gewissen Fällen die Verbesserung ihrer Ungenauigkeiten erwünscht wäre. Ich könnte in Wirklichkeit ein paar solche recht neue Handbücher nennen; die in erster Linie in Betracht kommen sollten, aber da ich kein besonderes Vorgehen für diesen Zweck vorschlagen will, erwähne ich ihren Verfasser nicht.

Eine besondere Stellung nimmt indessen die *Geschichte der Elementarmathematik* von J. TROPFKE ein, und darum werde ich hier einige Zeilen dieser Arbeit widmen. Obgleich sie nur etwa 850 Druckseiten enthält, kann sie auf Grund der Reichhaltigkeit ihrer Angaben zu den größeren Handbüchern gerechnet werden. Vor vielen Jahren habe ich in meinen ausführlichen Besprechungen³⁾ das Handbuch als eine im großen und ganzen gute

1) Siehe meine Rezension in der *Biblioth. Mathem.* 12₃, 1911/12, S. 269—277.

2) Siehe WIELEITNER, a. a. O. S. 147 und *Biblioth. Mathem.* 11₃, 1910/11, S. 267—268, 349.

3) *Biblioth. Mathem.* 4₃, 1903, S. 213—218, 404—412.

Arbeit bezeichnet. Ich bin noch derselben Ansicht, aber im Laufe der letzten zehn Jahre sind zwei Umstände hinzugekommen, die jetzt bei der Beurteilung der Arbeit zu berücksichtigen sind. Einerseits hat die mathematisch-historische Forschung seit 1902 ein höchst bedeutendes neues Material herbeigeschafft, wodurch viele Angaben bei TROPFKE nunmehr als unrichtig oder wenigstens sehr unvollständig erscheinen müssen. Andererseits weiß man jetzt, daß ein Werk, das 1902 als sehr zuverlässig betrachtet wurde, und aus dem TROPFKE oft ohne weiteres seine Angaben entnommen hat, wenn er nicht auf die eigentliche Quellenschrift zurückgehen konnte, in Wirklichkeit allzu unzuverlässig ist, um ohne besondere Vorsicht benutzt werden zu dürfen. Auf Grund dieser zwei Umstände ist die Arbeit TROPFKES jetzt zum Teil schon als veraltet anzusehen und es wäre zu wünschen, daß der Verfasser recht bald in die Lage käme, durch Bearbeitung einer neuen Auflage die veralteten Angaben zu entfernen.

Bevor ich diesen Artikel schließe, möchte ich darauf aufmerksam machen, daß die Gefahr der weiteren Verbreitung unzuverlässiger mathematisch-historischer Angaben wesentlich vermindert wird, wenn die großen mathematischen Werke, die auch historische Notizen bringen, dabei als Regel aufstellen, wenn irgend möglich, entweder die Quellenschriften selbst oder gute Handbücher zu Rate zu ziehen. In betreff der französischen Ausgabe der mathematischen Enzyklopädie ist diese Regel schon durchgeführt worden für die einzigen Abteilungen, die hier in Betracht kommen, nämlich die rein mathematischen. Ob auch die deutsche Ausgabe sich künftighin desselben Verfahrens bedienen wird, weiß ich nicht, hoffe aber, daß die Leiter derselben recht bald dazu kommen werden, keine historische Angabe der CANTORSchen *Vorlesungen* zu benutzen, ohne daß sie kontrolliert worden ist; zum mindesten sollte immer angegeben werden, ob eine Angabe ohne weitere Kontrolle aus dieser Arbeit entnommen worden ist.
